**Интерполяционный полином Эрмита**

Пусть на промежутке расположены m + 1 несовпадающих узлов , и пусть в этих точках известны значения данной функции, а также некоторые ее производные. Такие узлы будем называть кратными узлами. Конкретнее, будем считать, что заданы:

в узле значения

в узле значения

… (3)

в узле значения

тогда кратность узла считается равной , узла - , … , узла -

Предполагая, что суммарная кратность узлов есть + + … + = n + 1 составим задачу построения многочлена степени n (не выше n) такого, что

(1)

где , – заданные посредством значения функции f(x) и ее производных и по определению считается . Многочлен будем называть интерполяционным многочленом Эрмита, а совокупность требований (1) – условиями эрмитовой интерполяции.

Формально можно считать, что нахождение такого многочлена состоит в том, чтобы однозначно определить n+1 коэффициентов его канонического представления.

(2)

из условий (1). В силу предположения + + … + = n + 1 о суммарной кратности узлов эрмитовой интерполяции, совокупность требований (1) можно рассматривать, как систему из n+1 уравнения относительно n+1 неизвестных – коэффициентов многочлена (2).

Общий вид интерполяционных многочленов Эрмита:

Пусть – интерполяционный многочлен Лагранжа

По теореме о делении многочлена с остатком искомый многочлен Эрмита можно представить в виде:

Где – некоторый неизвестный пока многочлен.

Для построения многочлена будем привлекать информацию о производных данной функции , т.е. равенства в тех узлах, где первые производные заданы.

Выражаем в узлах :

– задача свелась к нахождению интерполяционного полинома (например с помощью Лагранжевой интерполяции можем восстановить полином , если в условиях (3) (см начало) нет производных выше первого порядка)

После нахождения , его подстановка в приводит к искомому интерполяционному многочлену Эрмита.

Если в условиях (3) имеются значения производных более высокого порядка, чем первый, то для восстановления многочлена ставится задача эрмитовой интерполяции, для чего с полученными значениями , находят значения его производных путем дифференцирования равенства (4). Эта процедура построения интерполяционных многочленов Эрмита все более низких степеней продолжается до исчерпания всей информации (3) о функции и ее производных.

Источник: <https://vk.com/doc75405550_503374868?hash=e1b101b09f98f31dc5&dl=daabe4e19308d43c64> / лекции